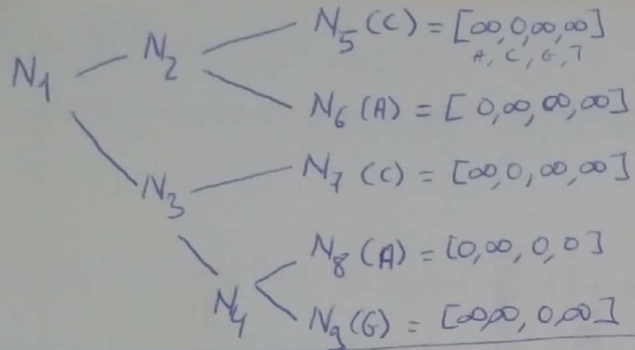
1



	A	C	G	T
A	0	3	4	9
C	3	0	2	4
G	4	2	0	4
T	9	4	4	0

Soit a un caractère d'un alphabet $\mathcal{A}$, $\partial_{m,n}$ le score de la mutation du caractère $m \to n$.
Soit $S_a(k)$ le score du noeud k pour le caractère a, $\begin{cases} l \text{ le fils gauche} \\ r \text{ le fils droit} \end{cases}$ de k.

$$\forall a \in \mathcal{A} : \quad S_a(k) = \min_{i \in \mathcal{A}} \{ S_i(l) + \partial_{i,a} \} + \min_{j \in \mathcal{A}} \{ S_j(r) + \partial_{j,a} \}$$

① Calcul des coûts pour ~~N_4~~ N_2

$$S_A(N_2) = \min_i \{ S_i(N_6) + \partial_{i,A} \} + \min_j \{ S_j(N_5) + \partial_{j,A} \} = \min_i \{ 0 + \partial_{A,A} ; \infty + \partial_{C,A} ; \infty + \partial_{G,A} ; \infty + \partial_{T,A} \}$$
$$+ \min_j \{ \infty + \partial_{A,A} ; 0 + \partial_{C,A} ; \infty + \partial_{G,A} ; \infty + \partial_{T,A} \}$$
$$= \min_i \{ 0, \infty, \infty, \infty \} + \min \{ \infty, 3 ; \infty, \infty \}$$
$$= 0 + 3 = 3$$

De même :

$$S_C(N_2) = \min_i \{ S_i(N_6) + \partial_{i,C} \} + \min_j \{ S_j(N_5) + \partial_{j,C} \} = \min \{ 0+3, \infty, \infty, \infty \}$$
$$+ \min \{ \infty, 0+0, \infty, \infty \}$$
$$= 3 + 0 = 3$$

$$S_G(N_2) = 4 + 2 = 6$$
$$S_T(N_2) = 9 + 4 = 13$$

$$\boxed{\text{Donc : } N_2 = [3, 3, 6, 13]}$$

② Calcul des coûts pour N_4 :

Même procédure :

$$S_A(N_4) = \min_i \{ S_i(N_9) + \partial_{i,A} \} + \min_j \{ S_j(N_8) + \partial_{j,A} \} = \min_i \{ \infty, \infty, 0+4, \infty \} + \min_j \{ 0+0, \infty, \infty, \infty \}$$
$$= 4 + 0 = 4$$

$$S_C(N_4) = \min \{ \infty, \infty, 0+2 ; \infty \} + \min \{ 0+3 ; \infty, \infty, \infty \} = 2 + 3 = 5$$
$$S_G(N_4) = \min \{ \infty, \infty, 0+0, \infty \} + \min \{ 0+4, \infty, \infty, \infty \} = 4$$
$$S_T(N_4) = \min \{ \infty, \infty, 4 ; \infty \} + \min \{ 9, \infty, \infty, \infty \} = 13$$

$$\boxed{\text{donc : } N_4 = [4, 5, 4, 13]}$$

③ Calcul des coûts pour ~~N_4~~ N_3 :

$$S_A(N_3) = \min_i \{ S_i(N_4) + \partial_{i,A} \} + \min_j \{ S_j(N_7) + \partial_{j,A} \} = \min_i \{ 4+0 ; 5+3 ; 4+4 ; 13+9 \} + \min \{ \infty ; 0+3 ; \infty ; \infty \}$$
$$= 4 + 3 = 7$$

$$S_C(N_3) = \min_i \{ S_i(N_4) + \partial_{i,C} \} + \min_j \{ S_j(N_7) + \partial_{j,C} \} = \min \{ 4+3 ; 5+0 ; 4+2 ; 13+4 \} + \min \{ \infty ; 0+0 ; \infty, \infty \}$$
$$= 5 + 0 = 5$$

$$S_G(N_3) = \min_i \{ S_i(N_4) + \partial_{i,G} \} + \min_j \{ S_j(N_7) + \partial_{j,G} \} = \min \{ 4+4 ; 5+2 ; 4+0 ; 13+4 \} + \min \{ \infty, 0+2 ; \infty, \infty \}$$
$$= 4 + 2 = 6$$

$$S_T(N_3) = \min \{ 4+9 ; 5+4 ; 4+4 ; 13+0 \} + \min \{ \infty, 0+4 ; \infty, \infty \} = 8 + 4 = 12$$

donc $\boxed{N_3 = [7, 5, 6, 12]}$
A C G T

4 Calcul des coûts pour N_1

$$S_A(N_1) = \min_i \{ S_i(N_3) + \partial_{i,A} \} + \min_j \{ S_i(N_2) + \partial_{j,A} \} = \min\{7+0; 5+3; 6+4; 12+9\} + \min\{3+0; 3+3; 6+4; 13+9\} = 7+3 = 10$$

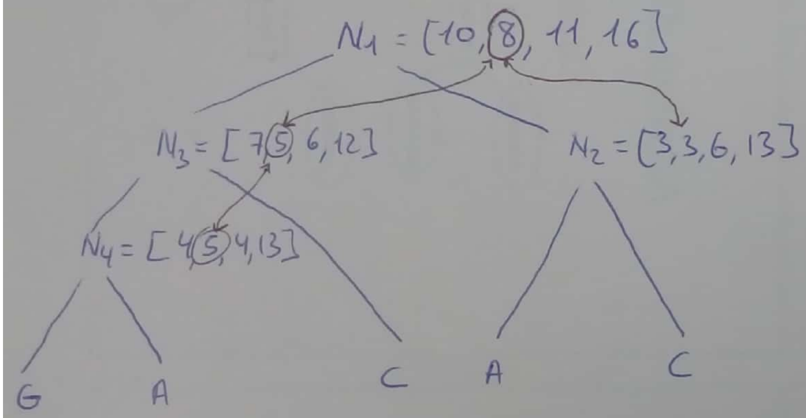
$$S_C(N_1) = \min\{7+3; 5+0; 6+2; 12+4\} + \min\{3+3; 3+0; 6+2; 13+4\} = 5+3 = 8$$

$$S_G(N_1) = \min\{7+4; 5+2; 6+0; 12+4\} + \min\{3+4; 3+2; 6+0; 13+4\} = 6+5 = 11$$

$$S_T(N_1) = \min\{7+9; 5+4; 6+4; 12+0\} + \min\{3+9; 3+4; 6+4; 13+0\} = 9+7 = 16$$

donc $\boxed{N_1 = [10, 8, 11, 16]}$

5 Arbre et traceback



La valeur min en N_1 est 8, ce qui correspond à "C". Cette valeur provient de l'addition de la valeur de "C" en N_3 (5), plus celle de "C" en N_2. On obtient donc l'arbre suivant avec un coût de 8 :