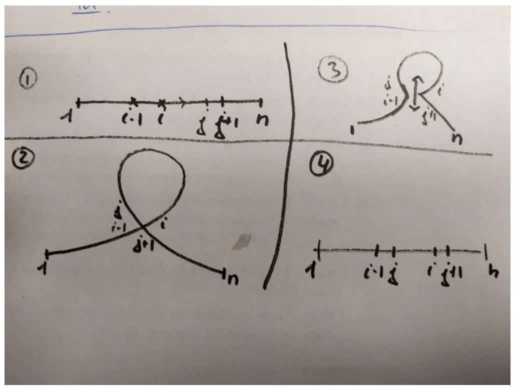
Correction TD4 : Genome Rearrangements

1 Introduction

1) Soit $\prod \alpha =(\prod 1 , \prod 2 ,..., \prod n)$ une permutation. Le renversement $\rho (i,j)$ d'un intervalle [i,j] consiste à effectuer :

$\prod \alpha \rightarrow \prod \beta$ avec $\prod \alpha =(\prod 1 ,..., \prod i-1 , \prod j ,..., \prod i , \prod j+1 ,..., \prod n)$

Explication du phénomène de renversement :



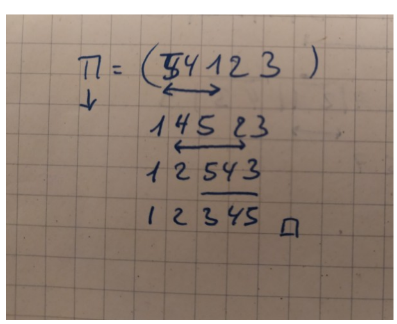
2) Problème de distance de renversements : trouver le nombre minimal de renversements pour passer d'une séquence à l'autre, ou de façon équivalente d'une séquence à l'identité. Sortie : nombre de renversements + lesquels. Question que l'on peut se poser (paralogues, homologues issus d'une duplication) : 2 gènes sont-ils les mêmes, à une quelques) inversions près?

3) Pseudo-code
Soit $\prod =(\prod 1 , \prod 2 ,..., \prod n)$

```
Pour i:1→ n
|  j← position de l'élément I
|  Si j != I
|  |  ∏ ← ∏ · ρ ( i,j )
|  Fin si
Fin pour
```

Nombre d'inversions : d et d<= n-1

4)



2) Break Point Reversal

2 Break point Reversal

1) Break point = pts de rupture = pt ds la séq ~~d~~ où 2 nbres ~~consécutifs~~ adjacents ne sont pas consécutifs.

ex : $\pi = 12|43$ {1 et 2 consécutifs, 3 et 4} 2 et 3 non -> pb 1 pt de rupture.

Influence d'1 renversement sur le nbre de break points $b(\pi)$?

$1\ \underleftrightarrow{2\ 3}\ 4 \Rightarrow 1|3\ 2|4$ ~~+~~ $b(\pi)$ += 2

$12|\underleftrightarrow{43}|56 \Rightarrow 123456$ $b(\pi)$ -= 2

↳ chaque étape (renversement) réduit $b(\pi)$ de deux.

Soit $d(\pi)$ le nombre de renversements : $d(\pi) \geq \frac{b(\pi)}{2}$

---

2) ① Insertion de $\pi_0 = 0$ et $\pi_{n+1} = n+1$ aux extrémités
~~② Marquer les~~

Tant que $b(\pi) > 0$:
- Marquer les bandes décroissantes
- ~~Chercher la bande décrois~~
- Si ∃ bande décroissante :
  - Chercher la bande décroissante avec élément min (= k) ~~la + à droite~~
  - ~~Soit S_1 la bande contenant k~~
  - ~~Si $k = \min(S_1)$:~~
    - ~~inverser le segment à gauche de S_1 contenant $k+1$~~
  - ~~Si $k \neq \min(S_1)$:~~
    - ~~inverser S_1~~
  - ~~fin si~~
  - Trouver $(k-1)$ dans la permutation
  - Renverser le segment entre k et $(k-1)$
    - ↳ la bande ~~permettant d~~ permettant d'obtenir k et k-1 ~~dis~~ ajacents.
- Sinon :
  - inverser une bande croissante
- fin si

fin tant

0 | 3 | 5 | 8 | 6 | 4 | 7 | 9 | 2 1 | 10 11 12

0 | 9 | 7 | 4 | 6 | 8 | 5 | 3 2 1 | 10 11 12

0 9 | 7 | 5 | 8 | 6 | 4 3 2 1 | 10 11 12

0 | 9 | 7 6 | 8 | 5 4 3 2 1 | 10 11 12

0 | 9 |

0 | 3 | 5 | 8 | 6 | 4 | 7 | 9 | 2 1 | 10 11 | 12

0 1 2 | 9 | 7 | 4 | 6 | 8 | 5 | 3 | 10 11 12

0 1 2 3 | 5 | 8 | 6 | 4 | 7 | 9 10 11 12

0 1 2 3 4 | 6 | 8 | 5 | 7 | 9 ——

0 1 2 3 4 5 | 8 | 6 7 | 9 ——

8 7 6 | 9 ——

rd.

0 | 5 4 | 1 2 3 | 6 |

0 | 5 4 3 2 1 | 6 |

0 1 2 3 4 5 6

0 | 8 | 2 | 7 6 5 | 1 | 4 3 | 9 |

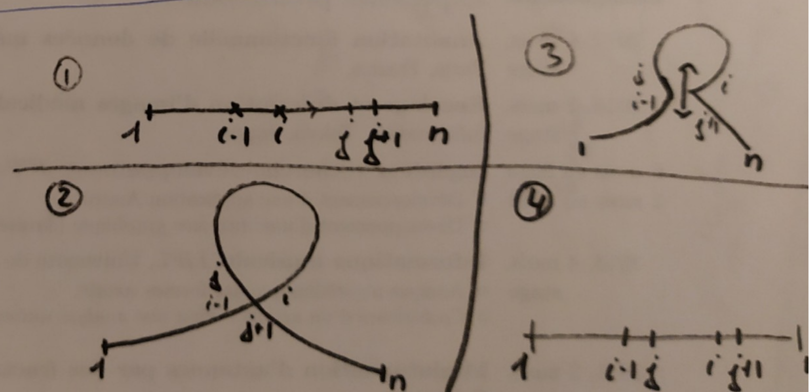
0 1 | 5 6 7 | 2 | 8 | 4 3 | 9

0 1 2 | 7 6 5 | 8 | 4 3 | 9

0 1 2 3 4 | 8 | 5 6 7 | 9

0 1 2 3 4 | 8 7 6 5 | 9

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9



5) Pire cas 2 opé pour enlever un breakpoint → $A(\Pi) = 2 \cdot b(\Pi)$

Meilleur cas Une opé enlève 2 breakpoints → $OPT(\Pi) = \cancel{2b}\ \frac{b(\Pi)}{2}$

donc $\frac{A(\Pi)}{OPT(\Pi)} = 4$

3) Introduction to the reversal sort with signed data

Tri par renversement avec signe (1)

① Construction du graphe de points de rupture

$\pi = (1, -2, 4, 5, -3, 6)$

$n = 6$

a) • Si le noeud x est positif, remplacer x par $\begin{cases} 2x-1 \\ 2x \end{cases}$ dans cet ordre

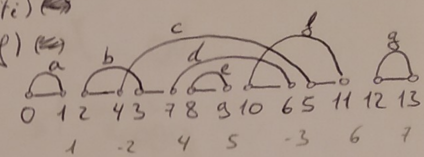
• Sinon, le remplacer avec $\begin{cases} 2x \\ 2x-1 \end{cases}$ dans cet ordre

• Étendre avec les noeuds $\begin{cases} x = 0 \\ x = n+1 \end{cases}$

0 1 2 4 3 7 8 9 10 6 5 11 12 13

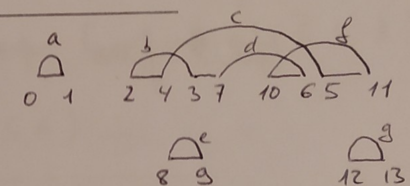
0 1 -2 4 5 -3 6 7

b) • Relier les noeuds dans $\begin{cases} \text{l'ordre de la permutation (réalité)} \\ \text{l'ordre croissant (objectif)} \end{cases}$



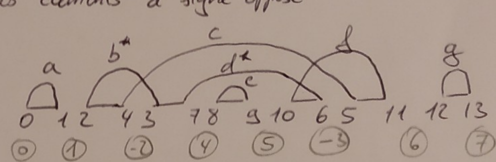
• Nommer les arêtes

c) Détecter les cycles -> parties connexes



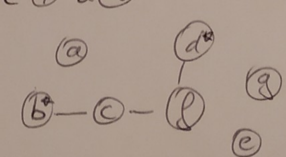
(4 cycles)

d) • Trouver les cycles orientés -> arcs reliant des éléments à signe opposé (signalés par une étoile *)



$\begin{cases} b \text{ relie } ① \text{ à } (-2) \\ d \text{ relie } ④ \text{ à } (-3) \end{cases}$

• Construction du graphe intercalé : $\begin{cases} \text{Chaque arc est un noeud} \\ \text{les arcs se chevauchant sont reliés} \end{cases}$



e) Trouver le ou les arcs orientés avec le max de voisins non orientés

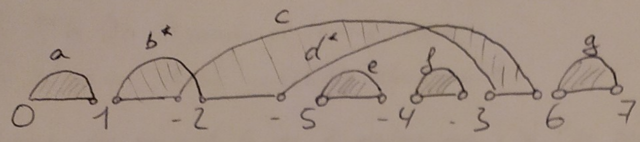
$\begin{cases} b^* \\ d^* \end{cases}$ ont tous les deux un voisin non orienté (c et f)

f) Inverser le segment inclu dans cet arc

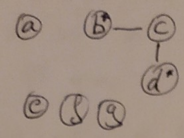
Si l'on choisit (d*) par exemple, le segment [4,5] est inclu (pas -3 qui n'est pas inclu complet)

↳ $\boxed{\pi \Rightarrow (1, -2, \overline{-5, -4}, -3, 6)}$

2ème étape : $\Pi = (1, -2, -5, -4, -3, 6, \cancel{7})$



5 cycles

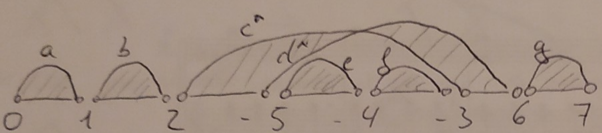


2 arcs orientés, un voisin non orienté chacun.

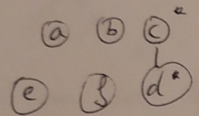
On prend par exemple b*. Le segment inclus dans b est [-2].

$\Pi \Rightarrow (1, 2, -5, -4, -3, 6)$

3ème étape : $\Pi = (1, 2, -5, -4, -3, 6)$



6 cycles



2 arcs orientés, c* et d*.

Quelque soit l'arc orienté, le segment inclus est [-5, -4, -3]

$\Pi \Rightarrow (1, 2, 3, 4, 5, 6)$ $\underline{\underline{\Pi}}$
